Palabras clave

- Diagrama de árbol.
- Principio multiplicativo.

Repasa

Un **espacio muestral** corresponde al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Suele denotarse con la letra E o Ω. Si el **experimento aleatorio** es lanzar una moneda, su espacio muestral Ω = {cara, sello} y la **cardinalidad** de éste es 2.

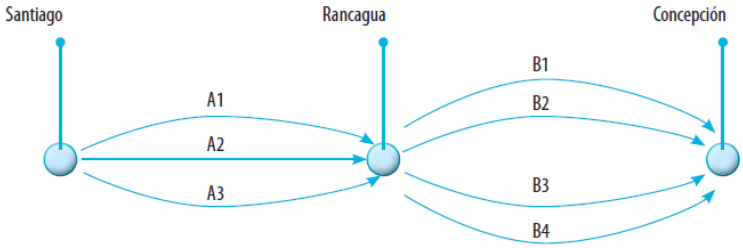
¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?

- Cuando vas a un restorán y pides el menú que se compone de 2 platos de fondo y 3 acompañamientos, ¿de cuántas maneras puedes elegir tu almuerzo?

Gabriela es la encargada de logística en una empresa de camiones que realiza recorridos desde Santiago a Concepción con una parada en Rancagua. Ella desea determinar la probabilidad de que un camión realice uno de los distintos recorridos posibles, ya que de Santiago a Rancagua estos vehículos pueden transitar por 3 caminos diferentes, de Rancagua a Concepción, por 4. ¿Cuántos recorridos pueden realizar los camiones para ir de Santiago a Concepción?

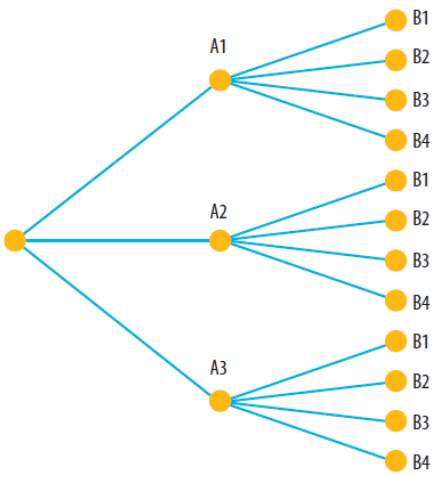
Para calcular la cantidad de caminos diferentes que pueden recorrer los camiones puedes seguir los pasos:

Paso 1 Identificar los trayectos de Santiago a Rancagua y de Rancagua a Concepción, mediante un esquema.



De Santiago a Rancagua existen 3 caminos, A1, A2 y A3. De Rancagua a Concepción existen 4 caminos, B1, B2, B3 y B4.

Paso 2 Transformar el esquema anterior en un diagrama de árbol.



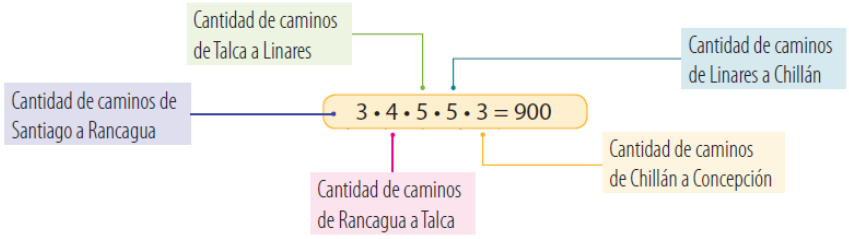
Mediante el diagrama de árbol podemos calcular que la cantidad de recorridos distintos que pueden realizar los camiones desde Santiago a Concepción es 3 • 4 = 12. Este cálculo se conoce como **Principio multiplicativo**.

Gabriela desea analizar nuevos recorridos para los camiones, pasando por otras ciudades como Talca, Linares y Chillán, conociendo que:

De Rancagua a Talca existen 4 caminos.
De Talca a Linares existen 5 caminos.
De Linares a Chillán existen 5 caminos.
De Chillán a Concepción existen 3 caminos.
¿Cuántos recorridos pueden realizar los camiones?

Paso 3 Calcular la cantidad de trayectos distintos utilizando el principio multiplicativo.

Se multiplican las cantidades de caminos posibles a cada ciudad:



Por lo tanto, los camiones pueden realizar 900 trayectos diferentes desde Santiago a Concepción pasando por las ciudades mencionadas anteriormente.

Razona y comenta

- ¿Qué ventajas y desventajas tiene utilizar diagramas de árbol para determinar el espacio muestral de un experimento? ¿Y el principio multiplicativo?
- Si el camión debe volver a Santiago escogiendo un camino al azar, y pasando por las mismas ciudades ¿cuántas posibilidades tiene para escoger de modo que no pase por el mismo camino que tomó para el trayecto de ida?

En resumen

La **cardinalidad** de un **espacio muestral** se puede calcular a través de las técnicas de conteo. Una de ellas es el **diagrama de árbol** que permite representar gráficamente todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Otra técnica es el **principio multiplicativo** que se define a continuación:

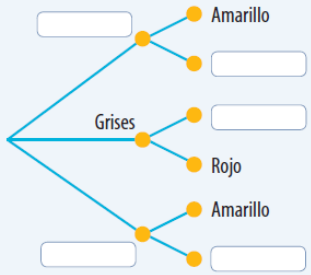
La realización de un proceso que se divide en k etapas y cada etapa se puede realizar de n_1, n_2,...,n_k formas, entonces todo el proceso se puede realizar de $n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$ distintas maneras.

Repaso

1. **Construye** un diagrama de árbol para representar las diferentes combinaciones.
   - **a)** 2 pantalones (azul o negro) y 3 chalecos (rojo, amarillo o verde).
   - **b)** 3 colores de blusas (blanca, roja o negra) y 3 pares de zapatos (cafés, negros o blancos).
   - **c)** 2 proteínas (carne o pollo), 2 carbohidratos (arroz o fideos) y 2 postres (jalea o fruta).

2. **Completa** el siguiente diagrama de árbol según la situación dada.

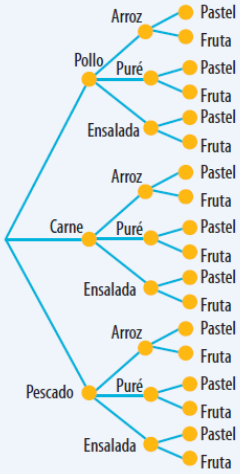
   Ana quiere comprar zapatillas, en su número puede elegir negras, grises o lilas, además la zapatería ofrece por la compra un par de cordones que pueden ser amarillos o rojos. ¿De qué colores puede elegir Ana sus zapatillas y cordones?



Práctica guiada

3. Analiza la situación y luego responde las preguntas.

En un restorán se ofrecen distintas alternativas de menú. Para el plato de fondo se ofrecen 3: pollo, carne o pescado; 3 acompañamientos: arroz, puré o ensaladas y 2 postres: pastel o fruta. Una persona debe escoger una opción de cada menú. A continuación se muestra un diagrama de árbol que muestra las distintas opciones.



¿Cuántos menús diferentes se pueden escoger?

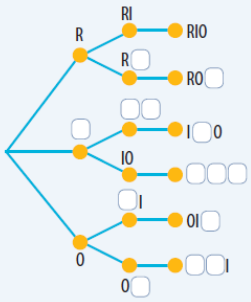
Se pueden escoger 18 menús diferentes.

a) Si una persona es vegetariana (no come carne ni pollo) ¿cuántas opciones podrá elegir?

b) Si en un momento se acaba el pastel, ¿cuántas opciones para escoger tendrá un persona? ¿Y si se acaba el puré?

4. Completa el diagrama de árbol de acuerdo con la situación dada, y luego responde las preguntas.

La letras de la palabra RIO, se pueden combinar para escribir distintas palabras con o sin sentido y sin que se repitan según el siguiente diagrama de árbol:



a) ¿Cuántas palabras sin importar su sentido, se pueden formar con la palabra RIO?

b) ¿Cuántas palabras con sentido se pueden formar con la palabra RIO?

c) Si se agrega la letra S a la palabra RIO, ¿cuántas palabras con o sin sentido y sin que se repitan se podrían formar? Comprueba con el principio multiplicativo.

Aplico

5. Resuelve los siguientes problemas.

a) En una repisa se quieren ordenar 3 libros. Uno de Biología, otro de Lenguaje y uno de Matemática. ¿De cuántas formas es posible hacerlo?

b) Un estudiante tiene 5 chaquetas, 3 poleras, 4 pantalones y 2 pares de zapatillas. ¿De cuántas formas puede combinar su ropa para vestirse?

c) Con respecto a la palabra PLATO, ¿de cuántas maneras puede combinar las letras para escribir distintas palabras, con o sin sentido y sin que estas se repitan?

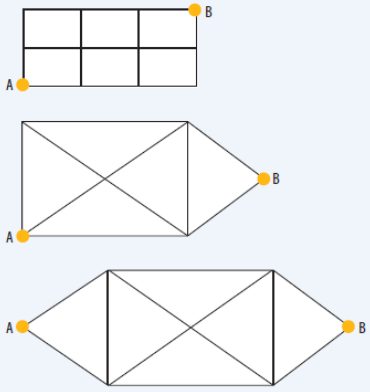
d) ¿Cuántas patentes para automóviles es posible formar si estas deben constar de 4 letras, todas ellas consonantes seguidas de 2 dígitos? Considera que las letras y números se pueden repetir.

e) Gastón realiza diferentes tipos de páginas web. Se especializa en páginas para comerciantes, deportistas, colegios, institutos y bancos. Para cada una de ellas tiene 10 opciones de diseño con 5 colores cada una. Para presentar sus productos, Gastón quiere hace un diagrama de árbol de las posibilidades que tiene un cliente para escoger, ¿cómo sería dicho diagrama?

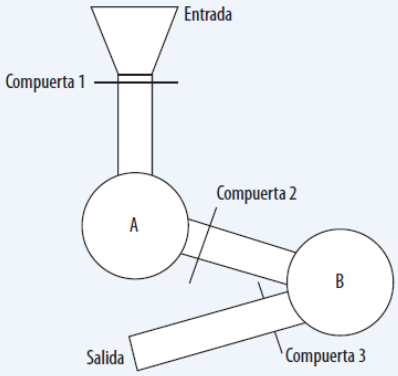
f) Andrés y Sofía piden una pizza que pueden tener los siguientes ingredientes; choricillo, pepinillos, queso extra, sardina, extra aliños y pasta de maní. Si además pueden elegir entre tres tipos de masas: fina, gruesa y encebollada, entonces:

- ¿De cuántas formas pueden elegir la pizza?
- Si Sofía es alérgica al maní, entonces ¿de cuántas formas distintas pueden pedir las pizzas?

g) Vanesa se encuentra programando un juego que consiste en el viaje que debe hacer una hormiga desde el punto A hasta el punto B en diferentes laberintos. Además debe considerar que no puede devolverse en su camino. ¿Cuántos caminos diferentes puede tomar la hormiga en los siguientes laberintos?



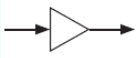
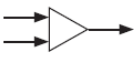
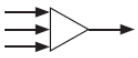
h) Lorena construye el siguiente circuito de tómbolas:



Todas las compuertas de la tómbola se encuentran cerradas y en cada tubo solamente puede pasar una bolita a la vez. Lorena deposita 4 bolitas numeradas del 1 al 4 en la entrada.

- Si se abre la compuerta 1, ¿de cuántas formas pueden ordenarse las bolitas al caer en la tómbola A?
- Si en la tómbola A se encuentran tres bolitas numeradas del 5 al 7 y se abre la compuerta 2, ¿de cuántas maneras pueden ordenarse al caer las bolitas en la tómbola B?
- Si en la tómbola B se encuentran tres bolitas numeradas del 8 al 10 y se abre la compuerta 3, ¿de cuántas formas pueden salir todas las bolitas?
- ¿De cuántas maneras pueden ordenarse al salir las 10 bolitas numeradas del 1 al 10 si la bolita n° 2 debe ser la primera?
- ¿De cuántas maneras pueden ordenarse al salir las 10 bolitas numeras del 1 al 10 si la bolita n° 2 debe salir en tercer lugar?

6. Conecta. Un elemento fundamental de la electrónica digital son los **operadores lógicos**, los cuales consisten en procesar señales eléctricas representadas por 0 y 1 cuyas combinaciones entregan, según estas señales, una respuesta, por ejemplo:

		
Existen 2 posibilidades de salida, ya que en la entrada ingresa el 0 o el 1.	Existen 4 posibilidades de salida, ya que pueden ingresar el 00, 01, 10 y 11.	Existen 8 posibilidades de salida, ya que pueden ingresar el 000, 001, 010, 100, 110, 101, 011, 111.

¿Cuántas salidas diferentes tendrá un operador lógico de 100 entradas? Y si se pudieran ingresar tres señales en cada entrada como el 0, 1 y 2 ¿Cuántas combinaciones posibles se pueden obtener en la salida?

7. Descubre el error. Cristina tiene 5 libros de Lenguaje y 3 libros de historia. Los 5 libros de Lenguaje son distintos entre sí y los 3 libros de Historia son idénticos entre sí. Cristina dice que existen: $5 \cdot 3 = 15$ diferentes ordenamientos en fila de los libros. ¿Dónde está el error cometido por Cristina?

8. Desafío. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un número de 5 dígitos, este quede formado solo por cifras impares?

Reflexiono

- ¿Por qué crees que es necesario conocer y analizar las combinaciones de diversos elementos?

Refuerzo

¿Cuántos números de 7 cifras pueden formarse con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7, utilizando cada cifra solo en una ocasión?