4°
medio

Aprendo
en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 23

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN
UCE

Inicio

En esta clase aprenderemos a resolver **sistemas de inecuaciones lineales** con una incógnita.

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante (páginas 50 a la 53) y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

¿Qué es un Sistema de inecuaciones?

El conjunto de dos o más inecuaciones con una incógnita se llama sistema de inecuaciones con una incógnita. En un sistema, todas las inecuaciones deben cumplirse simultáneamente, de modo que su conjunto solución corresponde a la intersección de las soluciones de todas las inecuaciones que conforman el sistema

Veamos cómo se resuelve un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 3x+2 > x-4 \\ 5-x > -2 \end{array}\right|$$

resolvemos cada inecuación por separado. Observa.

$3x+2 > x-4$ → Restamos x.
$2x+2 > -4$ → Restamos 2.
$2x > -6$ → Multiplicamos por $\frac{1}{2}$.
$x > -3$
Por lo tanto $S_1 =]-3, +\infty[$

$5-x \geqslant -2$ → Restamos 5.
$-x \geqslant -7$ → Multiplicamos por -1.
$x \leqslant 7$
Por lo tanto $S_2 = [-\infty, 7]$

Luego, la solución del sistema corresponde a $S = S_1 \cap S_2$. Si te fijas en la figura de la izquierda, la intersección entre S_1 y S_2 es el intervalo $]-3, 7]$.

En consecuencia, la solución del sistema $\left.\begin{array}{r} 3x+2 \geqslant x-4 \\ 5-x > -2 \end{array}\right|$ es $S =]-3, 7]$.

Ahora, revisa **la página 51** del texto del estudiante y estudia las formas de resolver los sistemas de inecuaciones. Luego, resuelve en tu cuaderno las actividades de **las páginas 52 y 53.**

Cierre

Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **¿Cuál es el valor de α para que el siguiente sistema no tenga solución?**

$$3x + 2 > x - 4$$
$$\alpha - 3x < 38$$

a) 1
b) 12
c) 0
d) 0 y 1
e) No existe valor para α

2 **¿Cuál es el intervalo solución del siguiente sistema de inecuaciones?**

$$4x + 2 \leq x$$
$$6x - 5 < x + 1$$

a) $]-\infty, -[\frac{2}{3}$
b) $]-\frac{2}{3}, \frac{6}{5}[$
c) $]-\infty, \frac{6}{5}]$
d) $]-\infty, -\frac{2}{3}[$
e) $[-\frac{2}{3}, \frac{6}{5}[$

3 **Si x es un número natural, ¿cuáles son todos sus posibles valores si se cumple la siguiente condición?**

$$3x - 1 < 7 + x < 2x + 9$$

a) 1
b) 2, 3 y 4
c) 1,2 y 3
d) 2 y 3
e) 1, 2, 3 y 4

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

4º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita

Aprenderé a: resolver sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita.

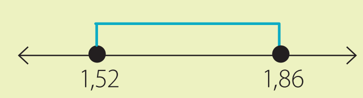
Repaso

1. ¿Qué es un sistema de ecuaciones lineales?
2. En el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned}3x+2y&=8\\5x-4y&=-3\end{aligned}\right|$$

¿Es $\{x=2,\ y=1\}$ la solución del sistema anterior, ¿por qué?

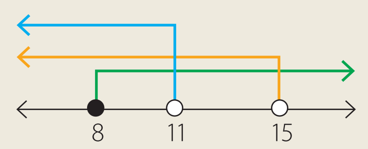
El siguiente diagrama representa el rango de estatura, en metros, de los estudiantes de un curso.



- Inventa una inecuación cuyo conjunto solución esté representado con el diagrama anterior. ¿Qué ocurre?, ¿por qué crees que sucede eso?

En casos como el del problema anterior una sola inecuación resulta insuficiente para modelar una situación, sino que se necesitan varias inecuaciones que deben cumplirse a la vez.

El conjunto de dos o más inecuaciones con una incógnita se llama **sistema de inecuaciones con una incógnita**. En un sistema, todas las inecuaciones deben cumplirse simultáneamente, de modo que su conjunto solución corresponde a la intersección de las soluciones de todas las inecuaciones que conforman el sistema; por ejemplo, en la figura de la izquierda están representados los conjuntos solución de las inecuaciones $x < 15$ (con color naranjo), $11 > x$ (con color celeste) y $x \geqslant 8$ (con color verde). Como en el intervalo [8, 11[están presentes los tres colores, podemos afirmar que dicho intervalo es la solución del sistema:



$$\left.\begin{aligned}x&<15\\11&>x\\x&\geqslant 8\end{aligned}\right|$$

En el caso anterior, dibujar la solución del sistema fue fácil porque la incógnita estaba despejada en todas las inecuaciones. Sin embargo, en otros casos será necesario resolver cada inecuación por separado, usando las propiedades de las desigualdades; por ejemplo, para resolver el siguiente sistema de inecuaciones:

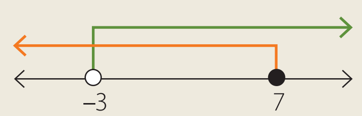
$$\left.\begin{aligned}3x+2&\geqslant x-4\\5-x&\geqslant -2\end{aligned}\right|$$

resolvemos cada inecuación por separado. Observa.

$3x+2>x-4$ .... Restamos x.
$2x+2>-4$ .... Restamos 2.
$2x>-6$ .... Multiplicamos por $\frac{1}{2}$.
$x>-3$
Por lo tanto $S_1 =]-3, +\infty[$

$5-x\geqslant -2$ .... Restamos 5.
$-x\geqslant -7$ .... Multiplicamos por –1.
$x\leqslant 7$
Por lo tanto $S_2 = [-\infty, 7]$

Luego, la solución del sistema corresponde a $S = S_1 \cap S_2$. Si te fijas en la figura de la izquierda, la intersección entre S_1 y S_2 es el intervalo]–3, 7].



En consecuencia, la solución del sistema $\left.\begin{aligned}3x+2&\geqslant x-4\\5-x&\geqslant -2\end{aligned}\right|$ es $S =]-3, 7]$.

¿Cómo hacerlo?

La acidez del agua en una piscina es considerada normal si el promedio de tres mediciones de pH está entre 7,2 y 7,8, ambos valores incluidos. Si las primeras dos lecturas fueron 7,4 y 7,9, ¿qué valores posibles de la tercera medición indicarían que el agua tiene acidez normal?

Llamemos x al valor de la tercera lectura. El promedio de las tres lecturas de pH es: $\frac{7{,}4 + 7{,}9 + x}{3} = \frac{15{,}3 + x}{3}$. Luego, para que el agua tenga acidez normal, debe cumplirse que: $7{,}2 \leqslant \frac{15{,}3 + x}{3} \leqslant 7{,}8$, lo que equivale al sistema:

$$\left.\begin{array}{r} \frac{15{,}3 + x}{3} \geqslant 7{,}2 \\ \frac{15{,}3 + x}{3} \leqslant 7{,}8 \end{array}\right|$$

Luego, resolvemos cada inecuación por separado:

$\frac{15{,}3 + x}{3} \geqslant 7{,}2$ Mutiplicamos por 3.

$15{,}3 + x \geqslant 21{,}6$ Restamos 15,3.

$x \geqslant 6{,}3$

Por lo tanto, $S_1 = [6{,}3, +\infty[$

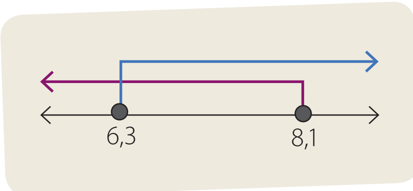
$\frac{15{,}3 + x}{3} \leqslant 7{,}8$ Mutiplicamos por 3.

$15{,}3 + x \leqslant 23{,}4$ Restamos 15,3.

$x \leqslant 8{,}1$

Por lo tanto, $S_2 =]-\infty, 8{,}1]$

Finalmente, la solución del sistema corresponde a $S_1 \cap S_2$, que es igual al intervalo [6,3; 8,1], tal como se representa en el diagrama de la derecha. Luego, el valor de la tercera lectura debe estar entre 6,3 y 8,1, ambos valores incluidos.



¿Cómo hacerlo?

Resuelve el sistema: $\left.\begin{array}{r} \mathbf{2x - 12 > 0} \\ \mathbf{1 - x \geqslant 4} \end{array}\right|$

Resolviendo ambas inecuaciones por separado, tenemos:

$2x - 12 > 0$ Sumamos 12.

$2x > 12$ Multiplicamos por $\frac{1}{2}$.

$x > 6$

Por lo tanto, $S_1 =]6, +\infty[$.

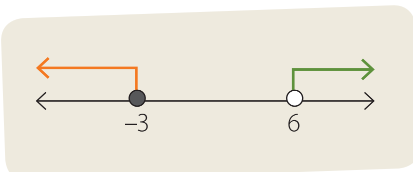
$1 - x \geqslant 4$ Restamos 1.

$-x \geqslant 3$ Mutiplicamos por –1.

$x \leqslant -3$

Por lo tanto, $S_2 =]-\infty, -3]$.

Luego, la solución del sistema corresponde a la intersección de los conjuntos solución de cada inecuación, o bien, $S = S_1 \cap S_2$. En la figura de la derecha están representadas gráficamente las soluciones de cada inecuación.



Se tiene que, $S_1 \cap S_2 = \varnothing$, es decir, no existe ningún valor de x que satisfaga ambas inecuaciones a la vez. Por lo tanto, el conjunto solución del sistema de inecuaciones anterior es el conjunto vacío. En este caso se dice que el sistema no tiene solución.

En general la solución de un sistema de inecuaciones puede ser un conjunto con una cantidad finita de elementos, un intervalo de números reales, o bien el conjunto vacío.

Tomo nota

- Un **sistema de inecuaciones con una incógnita** es un conjunto de dos o más inecuaciones con una incógnita donde el conjunto solución debe verificarse simultáneamnte para cada una de ellas.
  La solución del sistema está dada por la intersección del conjunto solución de cada inecuación.

Actividades

1. **Escribe un sistema de inecuaciones lineales cuyo conjunto solución esté representado por el intervalo del contexto inicial de la lección.**

2. **Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales y representa gráficamente su solución.**

a. $\begin{array}{r|} 3x + 2 \geqslant x - 4 \\ 5 - x \leqslant -2 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r|} 5 + 3x < x + 17 \\ x + 18 \geqslant -8x \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r|} x + 0{,}5 \leqslant 1{,}2x - 0{,}2 \\ -x + 4{,}5 > 0{,}3 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r|} x + 3 \geqslant 11 - x \\ 4x \leqslant 45 - x \\ x - 18 > -2x \\ \hline \end{array}$

e. $\begin{array}{r|} 3x + 2 < x - 4 \\ 7x - 3 > 35 + 5x \\ 1 - 2x > 25 + x \\ \hline \end{array}$

f. $\begin{array}{r|} 21 - 6x \geqslant 2x - 19 \\ 3 + 8x < 6x + 7 \\ 1 + x \leqslant 0 \\ 5x - 9 > 2x - 3 \\ \hline \end{array}$

3. **Si x es un número natural, determina todos sus posibles valores si se cumple que:**
$3x - 1 \leqslant 7 + x \leqslant 2x + 9$

4. **Determina el o los valores de a de modo que el sistema** $\begin{array}{r|} 3x + 2 \geqslant x - 4 \\ a - 3x < 38 \\ \hline \end{array}$ **:**

a. tenga como solución el intervalo]–4, 15[;
b. no tenga solución.

5. **Resuelve los siguientes problemas.**

a. La suma de cuatro números consecutivos excede a 42 y no supera 50. Determina el número mayor.
b. En un triángulo, las medidas de dos de sus lados son 3 cm y 7 cm. Si la medida del tercer lado debe ser inferior a la suma de las medidas de los otros dos lados, y superior a su diferencia, ¿cuáles son las posibles medidas que puede tener el tercer lado, sabiendo que el valor de este es un número entero?
c. Un músico puede gastar entre $ 190 000 y $ 210 000 en un equipo de música y algunos CD. Si el equipo cuesta $ 170 000 y los CD $ 8 000 cada uno, encuentra la cantidad mínima y máxima de CD que puede comprar.

Desafío

a. Inventa un sistema con 3 inecuaciones de modo que la solución del sistema sea un conjunto con un elemento.
b. Inventa un sistema con 4 inecuaciones de modo que la solución del sistema sean todos los números reales negativos.

Trabajo

EN GRUPO ▶ **Realicen la etapa 3 del trabajo de la unidad de las páginas 44 y 45.**

Podemos utilizar sistemas de inecuaciones lineales para resolver inecuaciones que no son lineales; por ejemplo, observa la siguiente inecuación que involucra una fracción:

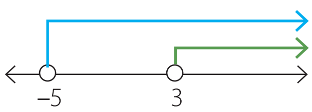
$$\frac{x-3}{5+x}>0$$

Para que una fracción sea mayor que 0, debe cumplirse que tanto el numerador como el denominador sean positivos o negativos. Luego, tenemos los siguientes dos casos:

Caso 1: el numerador y el denominador son positivos, es decir:

$x-3>0$ y $5+x>0$

$x>3$ y $x>-5$



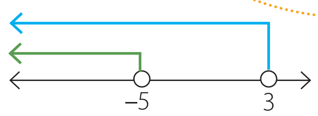
Luego, $S_1 =]3, +\infty[$.

Caso 2: el numerador y el denominador son negativos, es decir:

$x-3<0$ y $5+x<0$

$x<3$ y $x<-5$

Como deben cumplirse ambas inecuaciones a la vez, la solución corresponde a la intersección de las soluciones de cada inecuación.



Luego, $S_2 =]-\infty, -5[$.

Finalmente, como pueden darse cualquiera de los dos casos, la solución final de la inecuación corresponde a la unión entre S_1 y S_2, es decir:

$S = S_1 \cup S_2 =]-\infty, -5[\cup]3, +\infty[$

Tomo nota

- Puedes utilizar sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita para resolver inecuaciones que no son lineales.

Actividades

1. Resuelve las siguientes inecuaciones no lineales.

a. $\frac{x+2}{x}>0$

b. $\frac{x+3}{x-5}>0$

c. $\frac{x}{x-6}>1$

d. $\frac{3x}{2-x}>2$

2. Explica cómo resolverías la inecuación $(x-1)(x-2)>0$?, ¿qué resultado obtuviste? (Ayuda: recuerda la regla de los signos al multiplicar números enteros).

Desafío

El cociente de un número aumentado en 4 y el mismo número disminuido en 9 es menor que 4. ¿Cuál o cuáles pueden ser los valores posibles de dicho número si se sabe que es un entero?

Antes de continuar

1. ¿Como se resuelve un sistema de inecuaciones lineales? Explica.
2. La solución de un sistema de inecuaciones lineales, ¿puede ser el conjunto vacío? Justifica.