

MATERIAL: FM-17

FLUÍDOS II

Hasta ahora, nuestro estudio se ha restringido a condiciones de reposo, que son considerablemente más sencillas que el estudio de fluidos en movimiento. Las dificultades matemáticas a las que hay que enfrentarse cuando se intenta describir el movimiento de un fluido son formidables. La tarea se facilitará si hacemos ciertas suposiciones. Ante todo, consideremos que todos los fluidos en movimiento muestran una corriente laminar o flujo aerodinámico.

Flujo laminar es el movimiento de un fluido, en el cual cada partícula sigue la misma trayectoria (pasa por un punto particular) que siguió la partícula anterior. La figura 1 muestra el comportamiento de un flujo laminar.

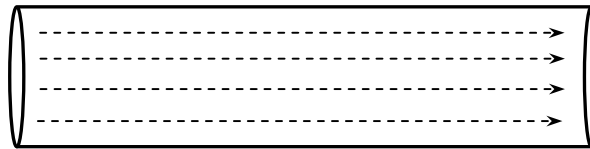


fig. 1

Nosotros trabajaremos con fluidos ideales, para lo cual haremos las siguientes suposiciones:

- **Flujo estacionario** es aquel donde la velocidad del fluido (como vector) en cualquier punto dado es constante en el tiempo. No significa que la velocidad sea la misma en todos los puntos del fluido. Si el flujo no cumple esta propiedad, se le llama no estacionario.
- **Fluido no viscoso** es aquel cuya fricción interna es despreciable. Un objeto que se mueve a través de un fluido no experimenta fuerza viscosa.
- **Fluido incompresible** es aquel cuya densidad permanece constante en el tiempo.
- **Flujo irrotacional** es aquel que no presenta vórtices o remolinos en el fluido.

Gasto o caudal (Q) se define como el volumen de fluido que pasa a través de cierta sección transversal en la unidad de tiempo.

$$Q = \frac{V}{t}$$

En el SI el caudal se mide en m^3/s
 $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litros}$

Relación entre Área Transversal, Rapidez y Caudal

Consideremos el caso de un líquido que fluye a lo largo de una tubería como la que ilustra la figura 2, con una rapidez media v . En un intervalo de tiempo t , cada partícula en la corriente se mueve a través de una distancia ($d = v \cdot t$). El volumen ($V = A \cdot d$) que fluye a través de la sección transversal A , está dado por

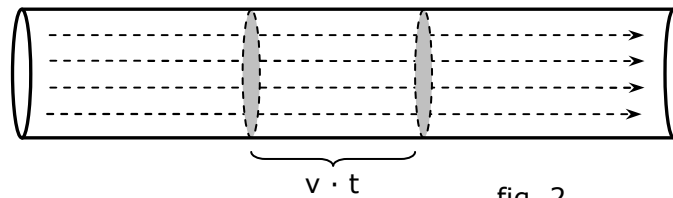


fig. 2

$$V = A \cdot v \cdot t$$

Dividiendo ambos términos por t se obtiene el caudal

$$Q = \frac{A \cdot v \cdot t}{t} = v \cdot A$$

Ecuación de continuidad

Si el fluido es incompresible y no tomamos en cuenta los efectos de la fricción interna, el caudal Q permanecerá constante. Esto significa que una variación en la sección transversal en la tubería, como se muestra en la figura 3, da por resultado un cambio en la velocidad del líquido, de tal modo que el producto $v \cdot A$ permanece constante. Simbólicamente escribimos

$$Q = v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

Un líquido fluye con más rapidez a través de una sección estrecha de tubería y más lentamente a través de secciones más amplias.

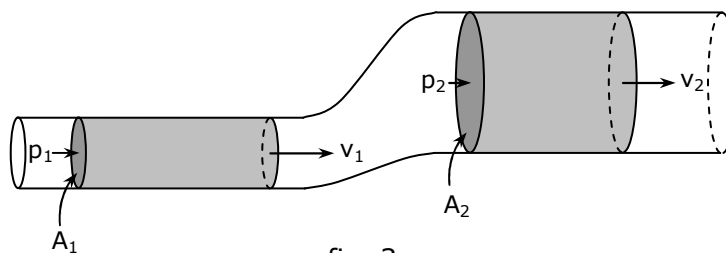
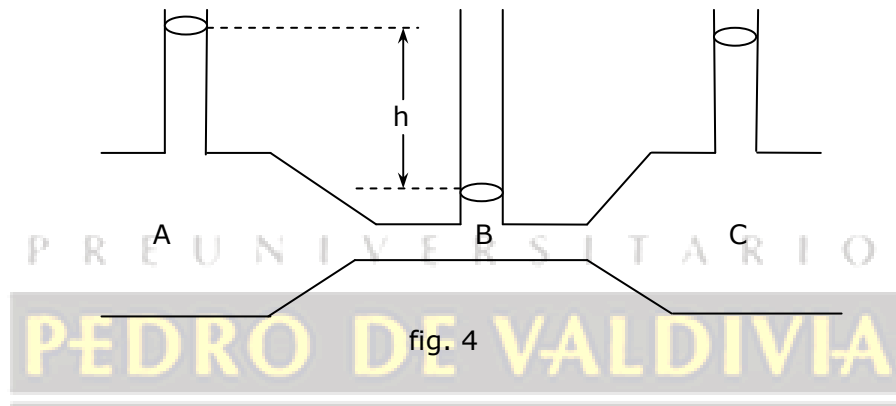


fig. 3

Nota: la ecuación de continuidad es una expresión matemática de la conservación de la masa en un fluido.

Presión y Velocidad

Hemos observado que la velocidad de un fluido aumenta cuando fluye a través de un angostamiento. Un incremento en la velocidad únicamente se puede deber a la presencia de una fuerza. Para acelerar un líquido que entra a la constricción, la fuerza del empuje proveniente de la sección transversal amplia debe ser mayor que la fuerza de resistencia de la constricción. En otras palabras, la presión en los puntos A y C, en la figura 4 debe ser mayor que la presión en B. Los tubos insertados en la tubería sobre dichos puntos indican claramente la diferencia. El nivel del fluido en el tubo situado sobre la parte angosta es más bajo que el nivel en las áreas adyacentes. Si h es la diferencia de altura, la diferencia de presión está dada por $P_A - P_B = \rho \cdot g \cdot h$



Nota: lo anterior es cierto si se supone que la tubería está en posición horizontal y que no se producen cambios de presión debido al cambio de energía potencial.

Ecuación de Bernoulli

En nuestro estudio sobre fluidos, hemos destacado cuatro parámetros: la presión P , la densidad ρ , la rapidez v y la altura h , sobre algún nivel de referencia. El primero en establecer la relación entre estas cantidades y su capacidad para describir fluidos en movimiento fue el matemático suizo Daniel Bernoulli (1700 – 1782). Cuando fluye el fluido por un tubo de sección transversal no uniforme y de un nivel a otro, por la ecuación hidrostática, la presión cambia a lo largo del tubo (fig. 5). La fuerza de la presión P_1 en el extremo inferior del tubo de área A_1 es $F_1 = P_1 \cdot A_1$. El trabajo realizado por esta fuerza sobre el fluido es

$$W_1 = F_1 \cdot \Delta x_1 = P_1 \cdot \Delta V$$

donde ΔV es el volumen de fluido considerado. De manera equivalente en el nivel superior, si se considera un mismo intervalo de tiempo, el volumen ΔV del fluido que cruza la sección superior de área A_2 es el mismo, entonces el trabajo es

$$W_2 = -P_2 \cdot \Delta V$$

El trabajo neto realizado por las fuerzas en el intervalo de tiempo Δt es:

$$W = W_1 + W_2 = (P_1 - P_2)\Delta V$$

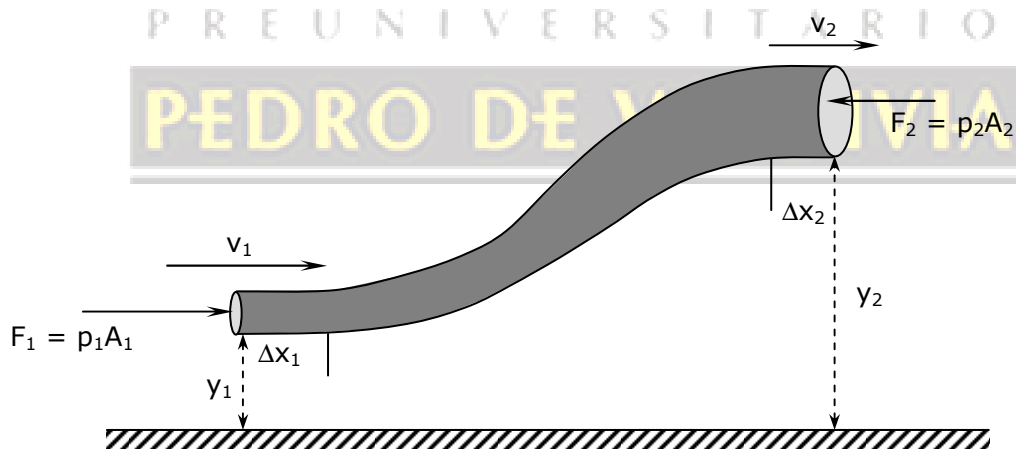


fig. 5

Parte de este trabajo se usa en cambiar tanto la energía cinética como la energía potencial gravitacional del fluido. Si m es la masa que pasa por el tubo de corriente en el tiempo Δt , entonces la variación de energía cinética es:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1)^2$$

y la variación de energía potencial gravitacional es:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot y_2 - m \cdot g \cdot y_1$$

Por el teorema del trabajo y energía se tiene:

$$W = \Delta E_c + \Delta E_p$$

de donde obtenemos

$$(P_1 - P_2) \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2)^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1)^2 + m \cdot g \cdot y_2 - m \cdot g \cdot y_1$$

Dividiendo por ΔV y como $\rho = m/\Delta V$, se obtiene la ecuación de Bernoulli para un fluido no viscoso e incompresible.

$$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2)^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1)^2 + \rho \cdot g \cdot y_2 - \rho \cdot g \cdot y_1$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1)^2 + \rho \cdot g \cdot y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2)^2 + \rho \cdot g \cdot y_2$$

En vista de que los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos cualesquiera, la ecuación de Bernoulli se puede enunciar en una forma más simple como

$$P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot y = \text{constante}$$

La ecuación de Bernoulli encuentra aplicación en casi todos los aspectos de flujo de fluidos. La presión P debe reconocerse como la absoluta y no la presión manométrica. Recuerde que ρ es la densidad y no el peso específico del fluido. Observe que las unidades de cada término de la ecuación de Bernoulli son unidades de presión.

Aplicaciones de la Ecuación de Bernoulli

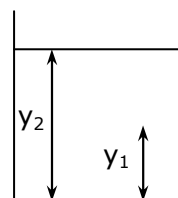
En gran número de situaciones físicas, la velocidad, la altura o la presión de un fluido son constantes. En tales casos, la ecuación de Bernoulli adquiere una forma simple. Ahora veremos algunos ejemplos:

-Fluido Estacionario aquí tanto v_1 como v_2 valen cero. La ecuación de Bernoulli nos mostrará que la diferencia de presión es

$$P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot (y_2 - y_1)$$

Esta ecuación es idéntica a la relación estudiada para fluidos en reposo.

$$P_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot (y_2 - y_1)$$



- Teorema de Torricelli En la figura 6 un líquido sale de un orificio situado cerca del fondo de un tanque abierto. Su rapidez cuando sale del orificio puede determinarse a partir de la ecuación de Bernoulli. Debemos suponer que el nivel del líquido en el tanque desciende lentamente en comparación con la velocidad de salida, de tal modo que la velocidad v_2 en la parte superior puede considerarse cero. Además, debe tomarse en cuenta que la presión del líquido tanto en la parte superior, como en el orificio, es igual a la presión atmosférica. Entonces, $P_1 = P_2$ y $v_2 = 0$, lo que reduce la ecuación de Bernoulli a

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1)^2 = \rho \cdot g \cdot h_2$$

O bien

$$(v_1)^2 = 2g(h_2 - h_1) = 2 \cdot g \cdot h$$

Esta relación se conoce como teorema de Torricelli:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Note que la rapidez de salida de un líquido a la profundidad h es la misma que la que de un objeto que se dejara caer del reposo desde una altura h . La relación de Torricelli nos permite expresar el caudal en términos de la altura del líquido sobre el orificio. O sea,

$$Q = v \cdot A = A\sqrt{2gh}$$

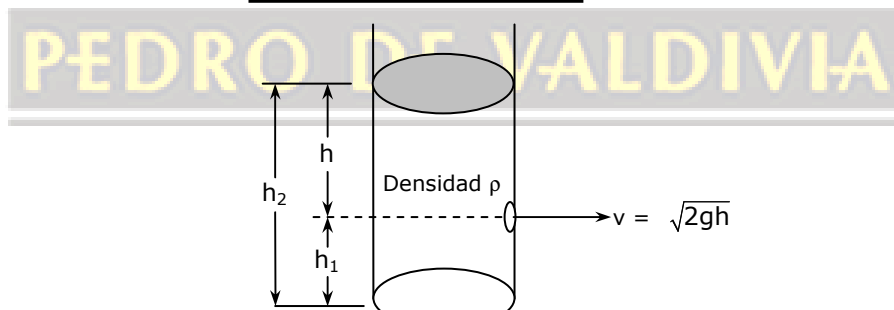


fig. 6

Un ejemplo interesante para comprobar el principio de Torricelli se muestra en la figura 7. La velocidad de descarga aumenta con la profundidad. El alcance máximo se logra cuando la abertura se encuentra en la mitad de la columna de agua. Aunque la velocidad de descarga aumenta por debajo del punto medio, el agua golpea el piso más cerca. Esto ocurre porque llega al piso más pronto. Las perforaciones equidistantes por encima y por abajo del punto medio tendrán el mismo alcance horizontal.

En conclusión la velocidad de descarga aumenta con la profundidad por debajo de la superficie, pero el alcance es máximo en el punto medio.

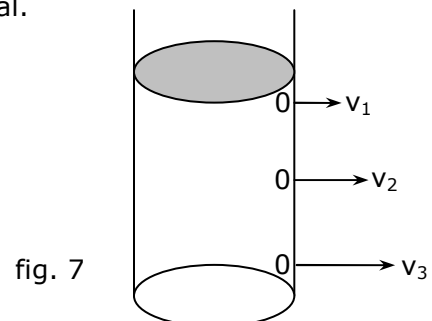


fig. 7

- **Tubo de Venturi** En la figura 8 se muestra este tipo de tubos, donde se observa que $y_1 = y_2$ por lo tanto la ecuación de Bernoulli se reduce a

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Así en su forma más simple el **principio de Bernoulli** dice que cuando la rapidez del fluido aumenta su presión disminuye y viceversa.

En el tubo de Venturi en su parte mas estrecha sabemos que su velocidad es mayor, por lo que nos dice la ecuación de continuidad, luego usando Bernoulli su presión es menor.

Es común utilizar este tipo de tubos para medir la velocidad de flujo en un fluido incompresible.

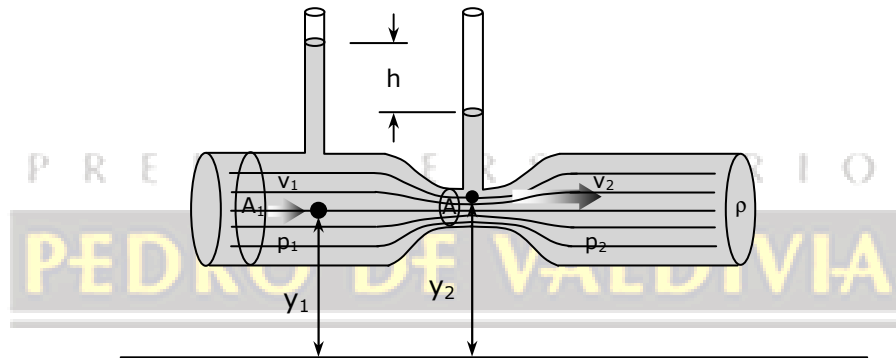


fig. 8

EJEMPLOS

- Un fluido ideal fluye través de un tubo, ¿cuál de las siguientes alternativas es incorrecta al incrementarse la velocidad del flujo?
 - la temperatura disminuye.
 - la sección de corte o área disminuye.
 - el caudal se incrementa.
 - la presión disminuye.
 - la densidad del fluido permanece constante.

Los ejemplos 2 y 3 tienen relación con lo que muestra la figura 9, donde se aprecia un fluido ideal contenido en un estanque abierto y que comienza a salir por una pequeña abertura

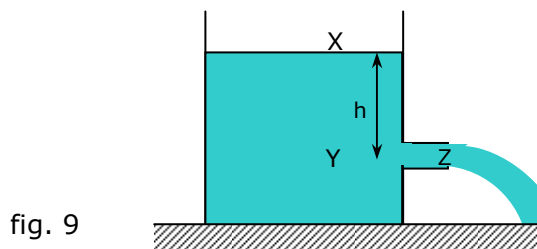


fig. 9

- Si el fluido es agua y la presión donde está el estanque es de 1 atm, con h igual a 20 m, entonces la presión en el punto Y es
 - 1 atm.
 - 2 atm.
 - 3 atm.
 - 4 atm.
 - 21 atm.
- En relación a las presiones en los puntos X, Y y Z es correcto asegurar que
 - En Y y Z la presión es la misma.
 - En X y Z la presión es la misma.
 - La presión atmosférica no afecta la presión en Y.
 - Sobre Z no hay ninguna presión.
 - La presión en Y es $X + h$
- Un caudal de agua fluye por una tubería horizontal que presenta dos diámetros, el diámetro en **I** es 2 m y el diámetro en **II** es 1 m. En **I** la velocidad del flujo es 2 m/s, por lo tanto en **II** debe ser igual a
 - 0,25 m/s
 - 1,00 m/s
 - 2,00 m/s
 - 4,00 m/s
 - 8,00 m/s

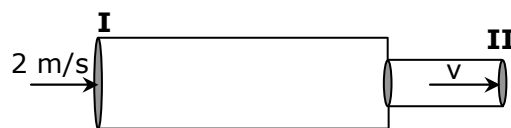


fig. 10

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

Para los problemas, use $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$

- La fórmula siguiente es una de las maneras en que se puede expresar la ley de Bernoulli: $P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot y = \text{constante}$. Si P es presión, h altura y g la aceleración de gravedad en el lugar en que se encuentra un fluido de densidad ρ , lo que representa v , para el fluido, es
 - su coeficiente de viscosidad.
 - la rapidez con que se mueve.
 - su volumen.
 - la velocidad terminal (o límite) de un objeto en el fluido.
 - el coeficiente de roce.
- Por una cañería circula agua con un régimen estacionario a caudal constante. Considerando dos secciones de esa cañería, $S_1 = 5 \text{ cm}^2$ y $S_2 = 2 \text{ cm}^2$, ¿cuál será la velocidad en la segunda sección, si en la primera es de 8 m/s ?
 - 18 m/s
 - 20 m/s
 - 22 m/s
 - 25 m/s
 - 30 m/s
- La velocidad de salida de un líquido por un orificio situado a 20 cm de la superficie libre del líquido de un recipiente, si el área de la boca de la entrada es mucho mayor que el área del orificio, es
 - 1 m/s
 - 2 m/s
 - 3 m/s
 - 4 m/s
 - 8 m/s
- Cuatro estanques, que contienen agua hasta el mismo nivel (ver figura 11), tienen en su parte inferior una llave que se encuentra a igual altura sobre el suelo. Si se abren al mismo tiempo las llaves, las velocidades con que saldrá el agua quedan ordenadas de modo que:



fig. 11

- $v_d > v_b > v_a > v_c$
- $v_b > v_d > v_a > v_c$
- $v_a = v_d > v_b > v_c$
- $v_a = v_b = v_c = v_d$
- ninguna de las anteriores.

5. El émbolo de una jeringa de superficie A se desplaza con una velocidad V lanzando por la aguja el líquido con una velocidad de $100 V$. El área de la sección transversal de la aguja es

- A) $100 A$.
 B) $10 A$.
 C) $0,1 A$.
 D) $0,01 A$.
 E) $0,001 A$.

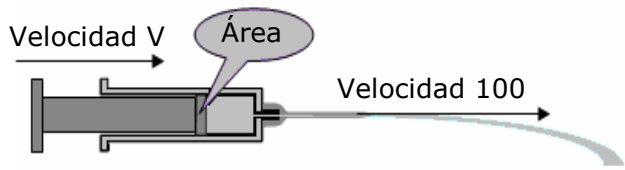


fig. 12

6. Los tubos A, B y C son de igual diámetro, se encuentran conectados a una cañería por donde circula agua proveniente del estanque. Si ordenáramos las alturas alcanzadas por el agua en cada tubo, se obtendría que

- A) $h_A > h_B > h_C$
 B) $h_A < h_B < h_C$
 C) $h_A = h_B < h_C$
 D) $h_A = h_B = h_C$
 E) $h_A > h_B = h_C$

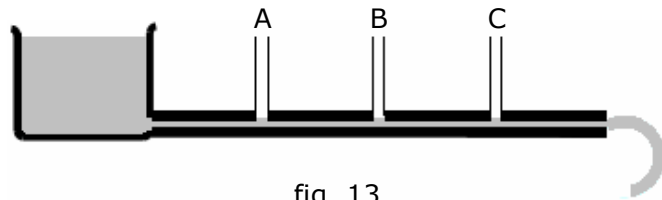


fig. 13

7. Si la velocidad de una corriente estacionaria, que circula por un tubo, es de 50 cm/s y su caudal de 10 litros/s , entonces la sección transversal del tubo es

- A) $0,002 \text{ m}^2$
 B) $0,02 \text{ m}^2$
 C) 2 cm^2
 D) 200 m^2
 E) 200 cm^2

8. Se dice que un fluido es incompresible cuando permanece constante su

- A) velocidad.
 B) aceleración.
 C) presión.
 D) densidad.
 E) energía cinética.

9. Un fluido ideal pasa a través de una cañería, si la longitud de la cañería se duplica, mientras el radio disminuye en un factor de 2, el volumen del fluido que está pasando en un tiempo dado por cualquier punto

- A) disminuye a la mitad.
 B) disminuye en un factor de 4.
 C) permanece igual.
 D) se incrementa en un factor de 4
 E) se incrementa al doble.

10. Por una manguera horizontal de área transversal A circula agua a una presión de 2000 Pa, con una rapidez de 0,1 m/s. Luego el diámetro de la manguera disminuye a la mitad. Si el fluido no es viscoso e incompresible, ¿cuál es el valor de la presión en dicha sección de la manguera?

A) 2000 Pa
 B) 1925 Pa
 C) 985 Pa
 D) 945 Pa
 E) 500 Pa

11. Si fluye agua con una rapidez de 8 m/s por un tubo de sección igual a 30 cm^2 y luego este tubo se ramifica en cuatro tubitos de sección 2 cm^2 cada uno, entonces el agua fluirá por cada tubito con una rapidez de

A) 30,0 m/s
 B) 15,0 m/s
 C) 12,0 m/s
 D) 7,5 m/s
 E) 1,0 m/s

12. Un estanque muy grande está prácticamente lleno de agua hasta una altura h , según se ilustra en la figura. Por la parte inferior sale el agua por una delgada cañería. ¿Aproximadamente, con qué rapidez (v) sale el agua?

A) $v = gh$
 B) $v = \sqrt{gh}$
 C) $v = \sqrt{2gh}$
 D) $v = \sqrt{\frac{g}{h}}$
 E) $v = \sqrt{\frac{2g}{h}}$

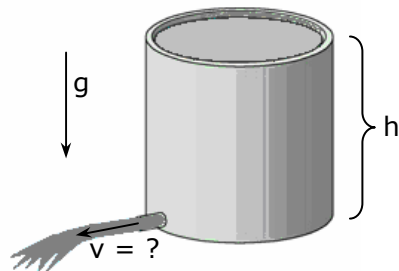


fig. 14

13. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones **no** es cierta para un fluido ideal?

A) En un fluido ideal que está fluyendo a través de un tubo irregular, el mismo volumen de fluido pasa por cualquier punto dado en cualquier instante dado.
 B) En un fluido ideal que está fluyendo a través de un tubo irregular, la misma masa de fluido fluye, en cualquier punto dado y en cualquier instante dado.
 C) A medida que la presión se incrementa en el fluido la densidad permanece igual.
 D) En un fluido ideal el flujo va desde altas presiones a bajas presiones siempre.
 E) En un fluido ideal la viscosidad es cero.

14. Por un tubo de 10 cm^2 de sección sale agua con una rapidez de 100 cm/s . La cantidad de litros de agua que salen por él en 30 minutos es de
- A) 300
B) 1.200
C) 1.600
D) 1.800
E) 2.400
15. Uno de los términos que aparece en la Ecuación de Bernoulli es $(1/2) \rho \cdot v^2$, en que ρ es la densidad del fluido y v el valor de la rapidez. ¿cuál es la unidad de medida del término $(1/2) \rho \cdot v^2$?
- A) Pascales.
B) Kg/ m^3 .
C) Newton.
D) Joule.
E) m/s .

CLAVES DE LOS EJEMPLOS

1C

2C

3B

4E

PEDRO DE VALDIVIA

DMDFM-17

**Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://www.pedrodevaldivia.cl>**