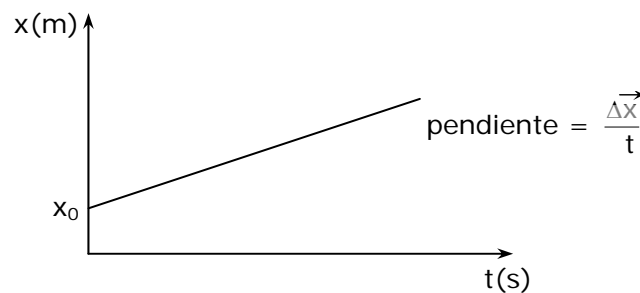


CINEMÁTICA II

Tipos de movimientos

i) Movimiento rectilíneo uniforme (MRU): cuando un cuerpo se desplaza con rapidez constante a lo largo de una trayectoria rectilínea, se dice que describe un MRU.

Como ejemplo supongamos que un automóvil se desplaza por una carretera recta y plana, y su velocímetro siempre indica una rapidez de 60 km/h, lo cual significa que: en 1 h el auto recorrerá 60 km, en 2 h recorrerá 120 km, en 3 h recorrerá 180 km. Si estos datos los llevamos a un gráfico de posición v/s tiempo, su comportamiento sería el siguiente:



La ecuación de la recta nos permitirá encontrar la información de cada posición de la partícula en el tiempo. Esta ecuación se denomina ecuación de itinerario.

Nota: la velocidad es constante, ya que la pendiente es única. El signo de la velocidad se debe respetar para el cálculo de desplazamientos.

x_0 = posición inicial

Si $x_0 = 0$ (m), tenemos $x(t) = v \cdot t$, conocida como la expresión $d = v \cdot t$

A continuación se mostrarán los comportamientos gráficos de la velocidad y aceleración en el tiempo:

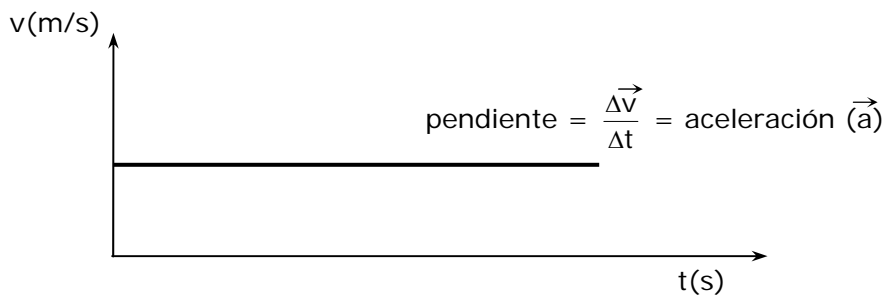


fig. 2

Como la velocidad es constante, implica que la aceleración en un MRU **siempre** es cero

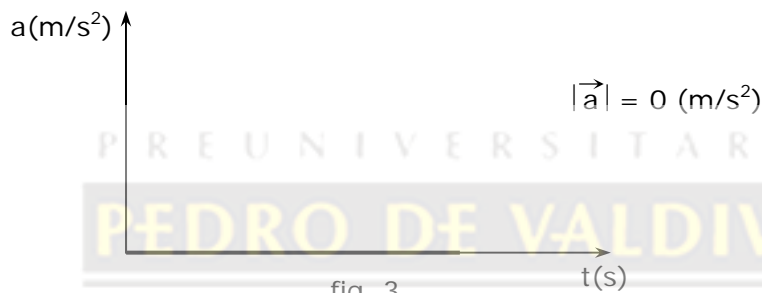


fig. 3

ii) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado: el movimiento con aceleración más sencillo, es el rectilíneo, en el cual la velocidad cambia a razón constante, lo que implica una aceleración constante en el tiempo.

Nota: Cuando el vector velocidad y aceleración tienen distinto sentido e igual dirección, el móvil disminuye su rapidez en el tiempo se dice que es un movimiento retardado.

Imaginemos un móvil estacionado en una posición x_0 a la derecha del origen (posición 0 m), él comienza a moverse en línea recta, alejándose del origen aumentando su velocidad proporcional con el tiempo, lo cual implica que su aceleración es constante. La situación anterior representa un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, lo cual será analizado gráficamente:

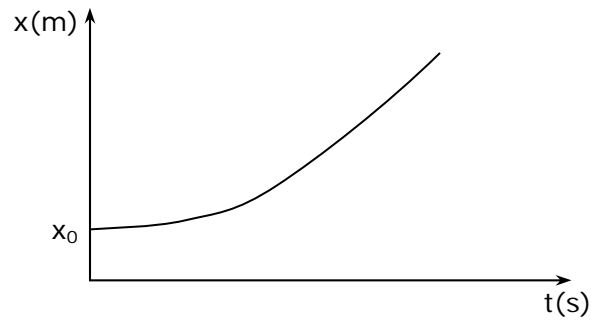


fig. 4

La **ecuación de itinerario** generalizada esta representada por:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

El comportamiento de la velocidad y aceleración en función del tiempo es el siguiente:

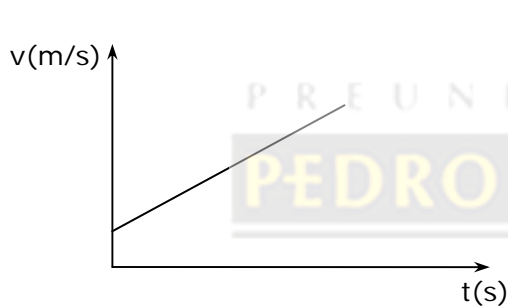


fig. 5



fig. 6

De acuerdo a la figura 5, podemos determinar la velocidad instantánea que posee el móvil, encontrando la ecuación de la recta:

$$v(t) = a \cdot t$$

El gráfico de la figura 6 muestra la aceleración que se obtiene del gráfico de la figura 5. En la expresión generalizada para la velocidad instantánea hay que tener en cuenta la velocidad inicial v_0 :

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

Las ecuaciones anteriores sirven para movimientos uniformemente acelerados, sólo hay que poner cuidado con el signo de velocidades y aceleraciones.

¿Qué indica el área bajo la curva en un gráfico?

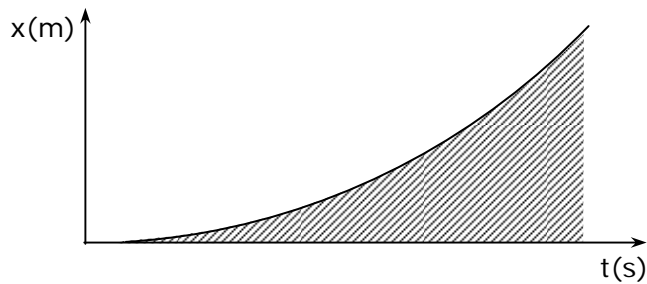


fig. 7

Analizando dimensionalmente, el área (gráfico x v/s t) genera una multiplicación de posición y tiempo, lo cual en cinemática no implica ningún concepto físico.

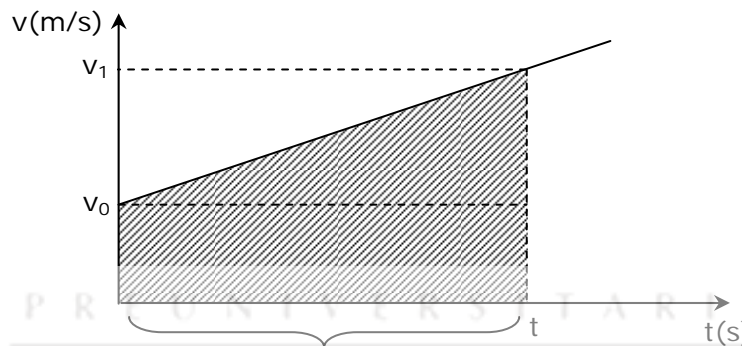


fig. 8

El cálculo del área (gráfico v v/s t) genera una multiplicación de velocidad y tiempo, con lo cual podemos obtener la distancia recorrida en un intervalo de tiempo determinado, para el cual hay que tomar el valor absoluto del área a calcular. También se puede obtener desplazamiento total teniendo en cuenta el signo.

Con el gráfico de la figura 8, podemos demostrar la ecuación de itinerario de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, para la cual tomaremos como posición inicial el origen ($x_0 = 0$ m). Calculando el área (trapecio) en intervalo de tiempo Δt tenemos:

$$\text{Área} = \text{Área}_{\text{rectángulo}} + \text{Área}_{\text{triángulo}} = \text{Área}_{\text{trapecio}}$$

en la cual se obtiene lo siguiente:

$$\text{Área} = \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) \cdot t$$

Utilizando un recurso matemático, multiplicaremos por el neutro multiplicativo la expresión del área del triángulo:

$$\text{Área} = \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) \cdot t \cdot \underbrace{\left(\frac{t}{t}\right)}_1$$

$$\text{Área} = x(t) = \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{(\vec{v}_1 - \vec{v}_0)}{t} \cdot t^2 \Rightarrow \boxed{x(t) = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2}$$

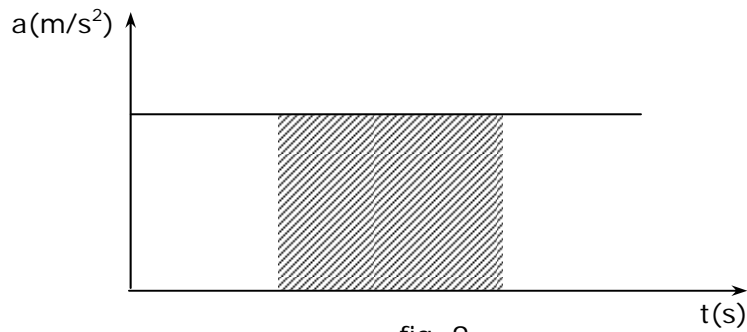


fig. 9

El cálculo del área genera una multiplicación entre aceleración y tiempo, con lo cual se puede obtener la variación de velocidad (respetando los signos).

¿Como analizar la velocidad instantánea en un gráfico x v/s t ?

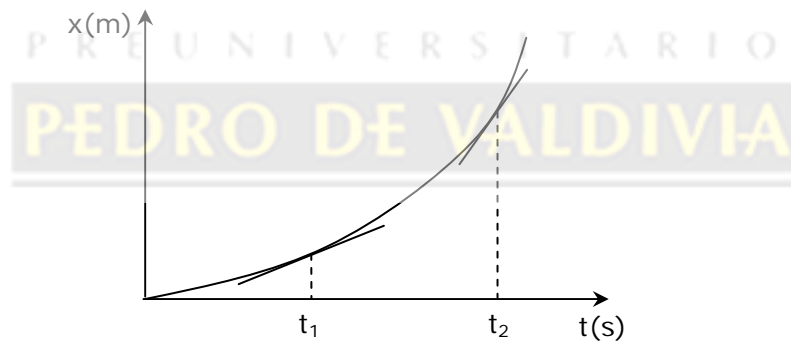


fig. 10

Las pendientes de las rectas tangentes en t_1 y t_2 , es un indicador de la velocidad instantánea en los respectivos instantes de tiempo. Con esto logramos verificar que la rapidez de la partícula va aumentando en el sentido positivo. Con esta técnica podemos analizar un problema desde el punto de vista cualitativo.

A continuación veremos los distintos tipos de proporcionalidad que se dan en las ecuaciones que se ven en las ciencias físicas, es de mucha ayuda para la comprensión de los conceptos entender cómo se relacionan las variables.

Proporcionalidad Directa

Si dos variables, x e y , cumplen que $\frac{y}{x} = k$ donde k es una constante, entonces se dice que x e y son directamente proporcionales y al graficar los distintos valores que toman estas variables se obtiene el siguiente gráfico:

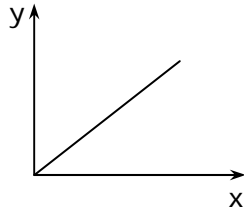


fig. 11

Es decir una línea recta que pasa por el origen. Se observa que a medida que crece la variable x también aumenta la variable y en la misma medida.

Un ejemplo de esto en física es:

Cuando se aplican distintas fuerzas sobre una misma masa la relación entre estas variables es:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

si m es constante la fuerza y la aceleración son directamente proporcionales, por ejemplo si se duplica la fuerza entonces también se duplica la aceleración.

Proporcionalidad Inversa

En este caso las variables cumplen que $x \cdot y = k$, con k constante y se dice que x e y son inversamente proporcionales, al graficar los distintos valores que toman estas variables se tiene el siguiente gráfico:

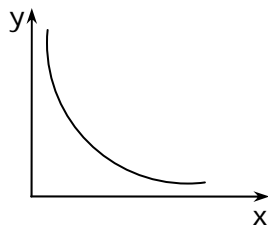


fig. 12

Se observa que si una variable aumenta la otra disminuye o viceversa, la curva corresponde a una hipérbola.

Un ejemplo de esto en física es:

Un móvil que debe recorrer una misma distancia (d) con rapidez distintas (v) usamos la relación $d = v \cdot t$, donde d es constante y la rapidez es inversamente proporcional al tiempo. Como la distancia es constante cuando el móvil recorra con una velocidad mayor entonces la otra variable que es el tiempo disminuirá.

Proporcionalidad al Cuadrado

Aquí una de las variables esta elevada al cuadrado y la relación entre estas variables puede ser de la forma $y = ax^2$ donde, a es constante, en este caso decimos que y es proporcional al cuadrado de x otra forma de decirlo es que y es directamente proporcional al cuadrado de x . Cuando estamos en esta situación la figura que se obtiene al graficar los valores que toman las variables x e y es:

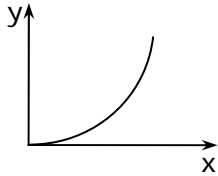


fig. 13

La curva corresponde a una parábola, cuando una de las variables se duplica (x) la otra se cuadruplica (y).

Un ejemplo de esto en física es:

La relación entre la energía cinética (E_c) y la velocidad (v) es una proporcionalidad de este tipo siendo la ecuación que las relaciona la siguiente:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

donde $\frac{1}{2} m$ es constante. En esta expresión si la velocidad se duplica entonces la energía cinética se cuadruplica, o si v disminuye a la mitad entonces E_c disminuye a la cuarta parte, etc.

Proporcionalidad Inversa al Cuadrado

Esta situación se da cuando la relación entre las variables es de la forma $y = \frac{k}{x^2}$ donde k es

constante, se dice que y es inversamente proporcional al cuadrado de x . Si se tienen distintos valores de x e y al graficarlos obtendremos lo siguiente:

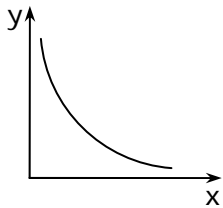


fig. 14

Aquí también como en el caso de la proporcionalidad inversa si una de las variables crece la otra disminuye pero como una de las variables esta elevada al cuadrado, la variable x , si esta crece al doble por ejemplo la variable y disminuye a la cuarta parte.

Un ejemplo de esto en física es:

La famosa Ley de la Gravitación Universal donde se muestra la forma en que se atraen dos masas. Por ejemplo la atracción entre la Tierra (m_1) y el Sol (m_2), la relación es la siguiente:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

donde el producto $G \cdot m_1 \cdot m_2$ es constante. Si la distancia entre ambos cuerpos celestes fuese la mitad de la actual entonces la fuerza de atracción entre ambos sería 4 veces mayor de lo que es ahora.

EJEMPLOS

1. Para un bus que avanzaba por la carretera se obtuvo el siguiente comportamiento de su posición, respecto al bus se afirma que:

- I) Entre A y B tiene igual rapidez que entre E y F.
- II) Hubo dos tramos durante los cuales el bus disminuye su velocidad.
- III) Entre E y F su rapidez es constante mientras que entre C y D estuvo detenido.

Es (son) correcta(s)

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo II y III

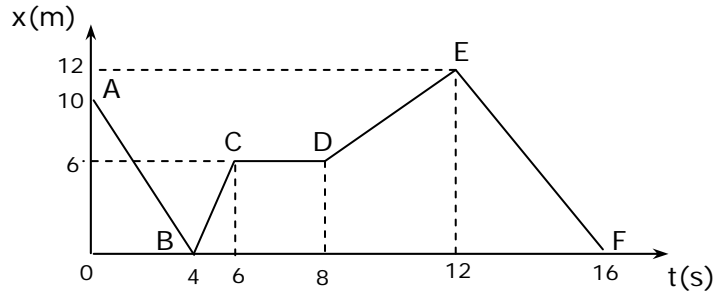


fig. 15

2. Dos vehículos A y B están viajando por la misma carretera solo que viajan con sentido opuesto. La figura 16 muestra el comportamiento de la rapidez de ambos móviles, al respecto se puede afirmar que

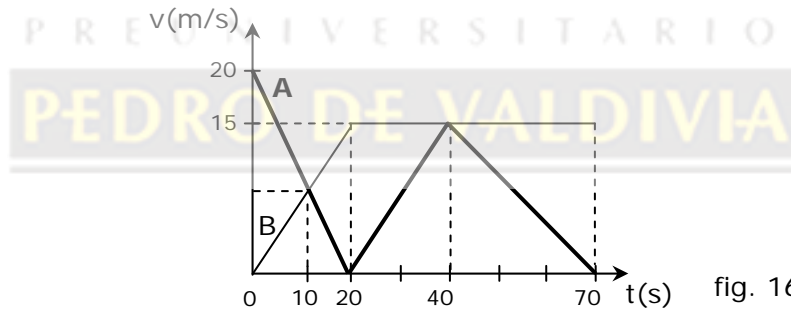


fig. 16

- A) hay tres instantes en que A tiene igual rapidez que B.
- B) el móvil B siempre avanzó, pero A hubo tramos en que se devolvió.
- C) Entre los 40 s y los 70 s ambos recorren igual distancia.
- D) a los 10 s ambos se encuentran en la misma posición.
- E) a los 10 s y a los 40 s A y B tienen igual rapidez.

3. Una moto viaja por una carretera y su velocidad se muestra en el gráfico adjunto. En relación a esto es correcto que

- A) en un tramo se ve que la aceleración disminuye.
- B) durante seis segundos, estuvo detenido.
- C) recorre mayor distancia entre los 2 s y los 6 s que de 6 s a 12 s.
- D) desde los 6 s hasta los 12 s el móvil se devuelve.
- E) la distancia total recorrida fue 360 m.

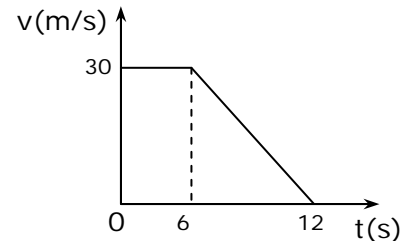


fig. 17

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. Un autito se mueve según muestra el gráfico posición versus tiempo de la figura 18, el desplazamiento que realizó este móvil hasta los 6 s fue

- A) 10 m
- B) -10 m
- C) 30 m
- D) -30 m
- E) 40 m

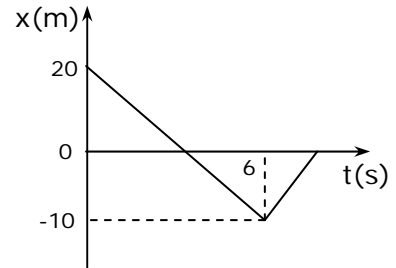


fig. 18

2. Una moto se mueve en una carretera de acuerdo a lo que indica el gráfico posición tiempo de la figura 19. Al calcular su rapidez media hasta los veinte segundos el valor que se obtiene es

- A) 16 m/s
- B) 20 m/s
- C) 32 m/s
- D) 40 m/s
- E) 80 m/s

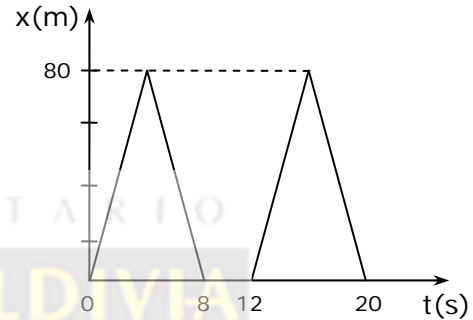


fig. 19

3. Los gráficos posición versus tiempo de la figura 20 muestran el comportamiento de dos móviles P y Q, los cuales estuvieron en movimiento durante igual cantidad de tiempo. Es correcto decir, en base a estos gráficos, que

- A) la rapidez de P está aumentando.
- B) la rapidez de Q está disminuyendo.
- C) Q recorrió una distancia total mayor que P.
- D) la rapidez final de Q fue mayor que la final de P.
- E) la posición final de P es menor que la de Q.

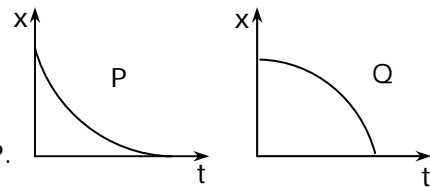


fig. 20

4. La figura 21 muestra dos gráficos uno de posición versus tiempo para un móvil P y el otro de velocidad versus tiempo de un móvil Q, entonces es correcto afirmar que tanto para P como para Q

- A) la velocidad está aumentando.
- B) la velocidad al inicio es cero.
- C) no existe aceleración.
- D) recorren distancias iguales en tiempos iguales.
- E) todas las anteriores son falsas.

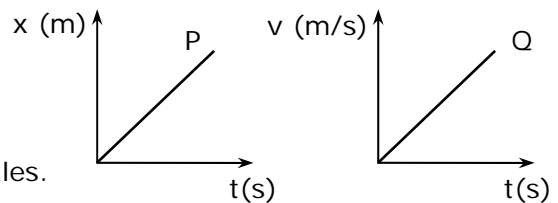


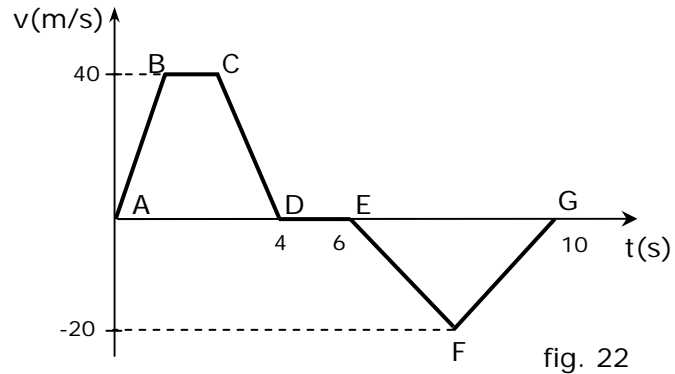
fig. 21

5. Para un camión que se mueve sobre una pista rectilínea se obtuvo el gráfico de velocidad versus tiempo que muestra la figura 22, al respecto se hacen distintas afirmaciones:

- I) La rapidez del auto disminuyó entre E y F.
- II) En los intervalos A-B y F-G la rapidez está aumentando.
- III) Las aceleraciones en los tramos C-D y E-F tienen igual signo.

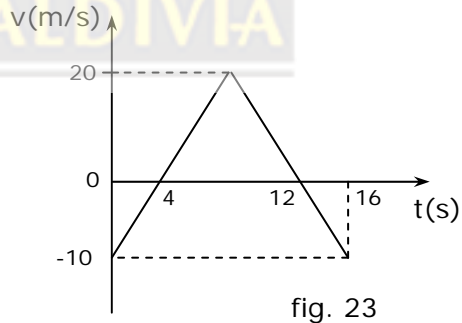
De estas afirmaciones es (son) **falsa(s)**

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III



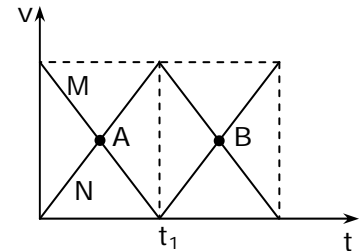
6. Un vehículo se mueve de tal forma que su velocidad varía según muestra el gráfico de la figura 23. De acuerdo a este gráfico la velocidad media del móvil hasta los dieciséis segundos es

- A) 15 m/s
- B) 10 m/s
- C) 5 m/s
- D) 2,5 m/s
- E) 0 m/s



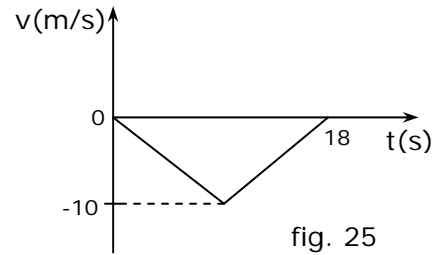
7. El gráfico de la figura 24 muestra el comportamiento de la velocidad, de dos móviles M y N cuyos valores fueron tomados a partir de un mismo punto y avanzan con igual sentido, en la misma dirección rectilínea. En base a este gráfico es correcto afirmar que

- A) M y N se devuelven en uno de los tramos.
- B) en los puntos A y B los móviles están en la misma posición.
- C) hasta t_1 ambos poseen la misma velocidad media.
- D) en los puntos A y B ambos poseen igual aceleración.
- E) hasta t_1 ninguno de los móviles ha experimentado aceleración.



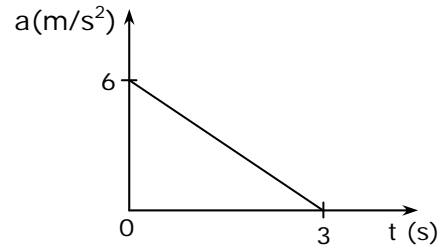
8. El gráfico velocidad versus tiempo de la figura 25, se obtuvo para un cuerpo que se mueve rectilíneamente. Se deduce del gráfico que la velocidad media y la rapidez media hasta los 18 s, son respectivamente

- A) -5 m/s 5 m/s
- B) -10 m/s 5 m/s
- C) 5 m/s -10 m/s
- D) 0 m/s 5 m/s
- E) 5 m/s -5 m/s



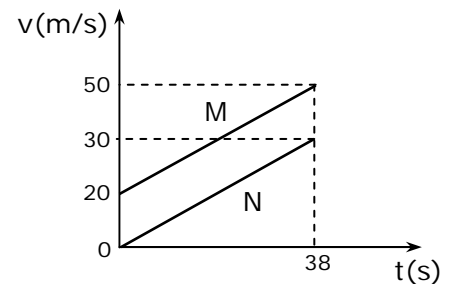
9. Si un cuerpo cuya velocidad inicial es de 6 m/s se moviera de acuerdo a lo que muestra el gráfico de la figura 26, entonces sería correcto afirmar que el cuerpo hasta los tres segundos

- A) fue disminuyendo su velocidad.
- B) se movió con MRU.
- C) fue aumentando su velocidad.
- D) se movió con MRUA.
- E) se movió pero a los tres segundos se detuvo.



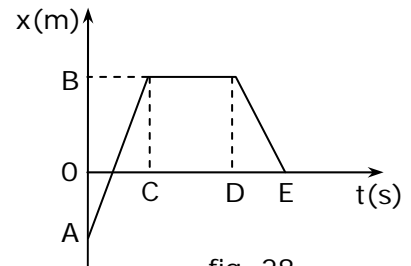
10. El gráfico de la figura 27 muestra la velocidad versus tiempo para dos cuerpos, M y N, en el se aprecian dos rectas paralelas, basándonos en el gráfico es correcto decir que la rapidez media

- A) es la misma para ambos cuerpos.
- B) es mayor en N.
- C) vale 50 m/s para M y 30 m/s para N.
- D) vale 35 para M y 15 para N.
- E) no es posible calcularla.



11. La distancia total recorrida por un cuerpo, cuya posición en función del tiempo se muestra en el gráfico de la figura 28, corresponde a

- A) $|A| + B$
- B) $(|A| + B) / (C + D + E)$
- C) $|A| \cdot B$
- D) $|A| + 2B$
- E) $2B - |A|$



12. Una moto se mueve de modo que su posición varía de acuerdo a lo indicado en el gráfico de la figura 29, de acuerdo a esto la velocidad media entre los 0 s y los 16 s tiene un valor igual a

- A) 0 m/s
- B) $(20/16)$ m/s
- C) $(80/16)$ m/s
- D) 10 m/s
- E) 20 m/s

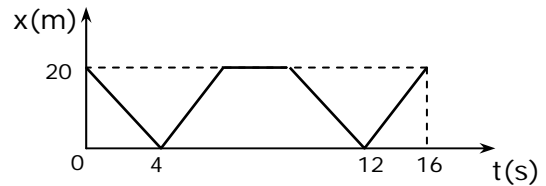
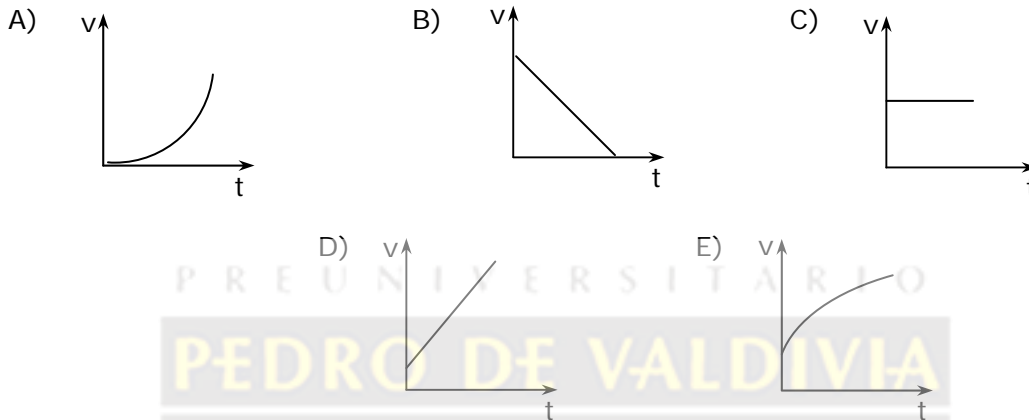


fig. 29

13. Un camión se mueve de tal forma que su velocidad está dada por la expresión $v = 4 + 5t$, de acuerdo a esto el gráfico que muestra en forma correcta la velocidad del camión en función del tiempo es



14. Una persona avanzaba en bicicleta por un carretera rectilínea, otra persona anotaba los datos de velocidad versus el tiempo para el ciclista, con el gráfico obtenido es correcto afirmar que

- A) a los 5 s dejó de acelerar.
- B) invierte el sentido de su movimiento a los 5 s.
- C) el signo de su aceleración no cambia.
- D) recorre mayor distancia de 0 5 s que de 5 a 10 s.
- E) el módulo de la velocidad media es igual a su rapidez media.

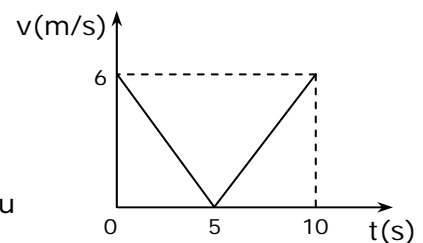


fig. 30

CLAVES DE LOS EJEMPLOS

1C 2E 3C

DMDFM-03

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://pedrodevaldivia.cl/>